

# ÎMBLÂNZIREA INFINITULUI

IAN STEWART

ÎMBLÂNZIREA  
INFINITULUI

Povestea  
matematicii

Traducere din engleză de  
NARCISA GUTIU



HUMANITAS  
BUCUREȘTI



# Cuprins

*Prefață / 6*

1. Semne, creștături și tăblițe / 9
2. Logica formei / 22
3. Notații și numere / 46
4. Seducția necunoscutului / 62
5. Eternele triunghiuri / 79
6. Curbe și coordonate / 94
7. Tiparele numerelor / 107
8. Sistemul lumii / 124
9. Tiparele din natură / 143
10. Cantități imposibile / 158



11. Fundamente solide / 170
  12. Triunghiuri imposibile / 183
  13. Apariția simetriei / 198
  14. Algebra ajunge la maturitate / 214
  15. Geometria benzilor de cauciuc / 230
  16. A patra dimensiune / 249
  17. Forma logicii / 266
  18. Cât de probabil e? / 286
  19. Tocarea numerelor / 297
  20. Haosul și complexitatea / 307
- Bibliografie / 323*



1

**Semne, creștături și tăblițe**  
*Nașterea numerelor*

**Matematica a început cu numerele**, iar numerele sunt și astăzi esențiale, chiar dacă subiectul nu se mai limitează la calcule numerice. Construind pe baza numerelor noțiuni tot mai sofisticate, matematica a devenit un domeniu vast și divers al gândirii umane, trecând mult dincolo de ceea ce găsim într-o programă școlară. Matematica actuală se ocupă mai mult de structură, configurație și formă decât de numerele ca atare. Metodele ei sunt foarte generale, deseori abstracte. Aplicațiile ei cuprind știința, industria, comerțul – ba chiar și artele. Matematica este universală și atotprezentă.

## La început au fost numerele

De-a lungul a mii de ani, matematicieni din culturi diferite au creat o vastă suprastructură întemeindu-se pe numere: geometria, analiza, sistemele dinamice, probabilitățile, topologia, haosul, complexitatea etc. *Mathematical Reviews*, care ține evidența fiecărei noi publicații de matematică, clasifică subiectul în aproape o sută de domenii mari, subîmpărțite în câteva mii de specialități. În lume există peste 50 000 de matematicieni implicați în cercetare, care publică în fiecare an peste un milion de pagini de matematică nouă, adică nu doar mici variațiuni asupra unor rezultate existente.

**Numerele par foarte simple și accesibile, dar aparențele sunt înșelătoare.**

Matematicienii au sondat și fundamentul logic al domeniului lor, descoperind concepte mai profunde decât numerele – logica matematică, teoria mulțimilor. Dar, încă o dată, principala motivație, punctul din care izvorăsc toate celelalte, este conceptul de număr.

Numerele par foarte simple și accesibile, dar aparențele sunt înșelătoare. Calculele cu numere pot fi dificile; obținerea *numărului corect* poate fi anevoioasă. Dar chiar și în acest caz e mult mai ușor să te folosești de numere decât să explici semnificația lor. Numerele socotesc lucruri, dar nu sunt lucruri, deoarece poți apuca două căni, dar nu poți apuca numărul „doi“ . Numerele sunt notate prin simboluri, dar culturi diferite folosesc simboluri diferite pentru același număr. Numerele sunt abstracte, dar societatea noastră se bazează pe ele și nu ar funcționa fără ele. Numerele sunt un anumit tip de construcție mentală, și totuși ne dăm seama că și-ar păstra semnificația chiar dacă omenirea ar dispărea într-o catastrofă globală și nu ar mai rămâne nici o minte care să mediteze la ele.

## Scrierea numerelor

Istoria matematicii a început odată cu inventarea simbolurilor scrise care desemnează numerele. Sistemul nostru bine-cunoscut de reprezentare a tuturor numerelor posibile, oricât de mari, prin „cifrele“ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 constituie o invenție relativ recentă; ea a apărut acum circa 1500 de ani, iar extinderea sa la „zecimale“, care ne permit să reprezentăm numerele cu mare precizie, nu e mai veche de 450 de ani. Calculatoarele, care au întipărit calculul matematic atât de adânc în cultura noastră, încât aproape că nu-i mai sesizăm prezența, ne însoțesc de doar 50 de ani, iar calculatoarele suficient de puternice și rapide spre a fi folosite acasă și la serviciu s-au răspândit acum vreo 20 de ani.

În absența numerelor, civilizația actuală nu ar fi putut exista. Numerele sunt pretutindeni, ca slujitori discreți, agitându-se în culise – purtându-ne mesajele, corectându-ne ortografia când scriem, programându-ne călătoriile de vacanță în Caraibe, supraveghindu-ne bunurile, garantându-ne că medicamentele noastre sunt sigure și eficiente. Iar, pe de altă parte, făcând posibile armele nucleare și ghidând bombele și rachetele spre țintele lor. Nu toate aplicațiile matematicii au dus la ameliorarea condiției umane.

Dar cum a apărut de fapt această enormă industrie numerică? Totul a început cu mici semne din lut, în urmă cu zece mii de ani, în Orientul Apropiat.

Încă de atunci, socotitorii țineau evidența a ceea ce posedă fiecare și în ce cantitate – deși nu se inventase scrisul și nu existau simboluri pentru numere. În loc de simboluri, acei contabili din vechime foloseau mici semne din lut. Unele erau conice, altele sferice sau ovoidale. Existau de asemenea cilindri, discuri și piramide. Arheologul Denise Schmandt-Besserat a dedus că semnele acestea erau reperele elementare ale aceluși timp. Sferele din lut reprezentau grămezi de cereale, cilindrii însemnau animale, ovoizii – chiupuri de ulei. Cele mai vechi semne datează de pe la 8000 î.Cr. și au fost folosite în mod curent vreme de cinci mii de ani.

Cu trecerea timpului, semnele au devenit mai complicate și mai specializate. Au apărut conuri decorate pentru reprezentarea pâinilor și forme fațetate pentru cea a vedrelor de bere. Schmandt-Besserat și-a dat seama că aceste semne erau mult mai mult decât un dispozitiv contabil. Ele constituiau un prim pas către simbolurile numerice, aritmetică și matematică. Dar acel prim pas a fost destul de straniu și pare să fi fost făcut din întâmplare.

Totul s-a datorat faptului că semnele erau folosite pentru a ține evidența, poate pentru plata impozitelor sau ca dovadă juridică a proprietății. Avantajul semnelor era că socotitorii le puteau aranja rapid în grupuri, pentru a afla câte



animale sau cât grâu deținea sau datora o anumită persoană. Dezavantajul era acela că semnele puteau fi falsificate. Astfel, pentru a se asigura că nimeni nu are acces la ele, socotitorii le-au învelit în lut – de fapt, un fel de sigilii. Ei puteau afla imediat câte semne se aflau în fiecare înveliș și de ce tip, deschizându-l. Apoi puteau face un nou înveliș pentru a le păstra în continuare.

S-a dovedit însă că operația de a reînnoi periodic învelișul pentru a-i vedea conținutul era destul de anevoioasă, astfel încât funcționarii din Mesopotamia antică au găsit o soluție mai bună. Ei au scrijelit simboluri pe acele învelișuri, reprezentând semnele conținute. Dacă în interior se aflau șapte sfere, ei desenau șapte cercuri pe suprafața lutului umed.

La un moment dat, funcționarii mesopotamieni și-au dat seama că, odată ce aveau simbolurile de pe înveliș, conținutul nu mai era de fapt necesar, astfel încât nu mai trebuiau să spargă învelișul pentru a-l vedea. Acest pas evident, dar crucial, a dus la crearea unui set de simboluri scrise pentru numere, având forme diferite pentru fiecare tip de bunuri. Toate celelalte simboluri numerice, inclusiv cele folosite în zilele noastre, sunt descendentele intelectuale ale acestei invenții birocratice antice. De fapt, înlocuirea semnelor prin simboluri s-ar putea să fi constituit și nașterea scrierii.

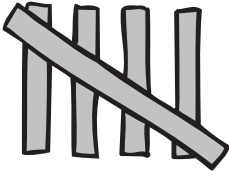


### Crestături de răboj

Aceste simboluri în lut nu sunt nicidecum cele mai vechi exemple de scriere a numerelor, dar toate exemplele mai vechi sunt doar mici zgârieturi, crestături de răboj, înregistrând numerele ca o serie de liniuțe – cum ar fi ||||| spre a reprezenta numărul 13. Cele mai vechi semne de acest fel – 29 de crestături într-un os de

Osul Ishango purtând semnele crestăturilor și numerele care ar putea fi reprezentate prin ele.





Crestăturile de răboj au avantajul că pot fi trasate succesiv, fără a altera sau șterge crestăturile anterioare. Ele se mai folosesc și astăzi, adesea în grupuri de câte cinci, cea de a cincea tăindu-le în diagonală pe primele patru.



Prezența crestăturilor de răboj mai poate fi văzută și azi în cifrele moderne. Simbolurile noastre 1, 2, 3 derivă dintr-o singură linie, două linii orizontale unite printr-o liniuță oblică, și trei linii orizontale unite prin două liniuțe oblice.

picior de babuin – sunt vechi de circa 37 000 de ani. Acest os a fost descoperit într-o peșteră din munții Lebombo, de la granița dintre Swaziland și Africa de Sud, astfel că aceasta se numește Peștera de Graniță, iar osul este Osul Lebombo. În absența unei mașini a timpului, nu se poate ști cu certitudine ce reprezintă aceste semne, dar putem face deducții logice. După calendarul lunar, o lună are 28 de zile, astfel încât semnele s-ar putea să fie legate de fazele Lunii.

Există relicve similare din Europa preistorică. Un os de lup descoperit în fosta Cehoslovacie are 57 de semne dispuse în unsprezece grupuri de câte cinci, plus două separate, și e vechi de aproape 30 000 de ani. De două ori 28 fac 56, astfel că aceasta ar putea fi o consemnare a două luni ale anului lunar. Din nou, nu putem verifica această presupunere. Dar semnele par trasate intenționat, iar ele trebuie să fi avut un anume rost.

O altă inscripție matematică preistorică, Osul Ishango din Zair, are o vechime de 25 000 de ani (estimările anterioare la 6000–9000 de ani au fost revizuite în 1995). La prima vedere, semnele dispuse de-a lungul marginii osului par făcute la întâmplare, dar pot exista semnificații ascunse. Un șir conține numerele prime de la 10 la 20, adică 11, 13, 17 și 19, a căror sumă este 60. Un alt șir conține 9, 11, 19 și 21, care de asemenea au suma egală cu 60. Al treilea șir amintește de o metodă folosită pentru a înmulți două numere prin dublări și înjumătățiri succesive. Totuși configurațiile care apar pot fi doar coincidențe, și a mai fost avansată ipoteza că Osul Ishango ar fi un calendar lunar.

## Primele cifre

Traseul istoric de la semnele socotitorilor antici la cifrele actuale e lung și indirect. În cursul mileniilor, mesopotamienii a dezvoltat agricultura, iar de la stilul lor nomad de viață au trecut la așezări permanente, devenite orașe-stat: